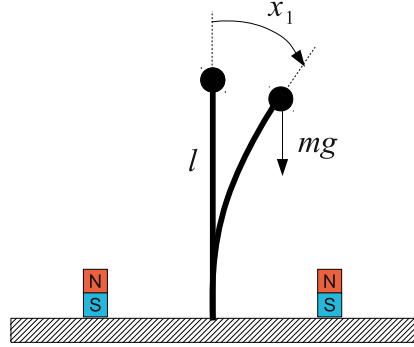


Esame di Stato per l'abilitazione alla professione di Ingegnere  
I Sessione 2010  
Sez. A (Prova Pratica)

Si consideri l'oscillatore torsionale in figura

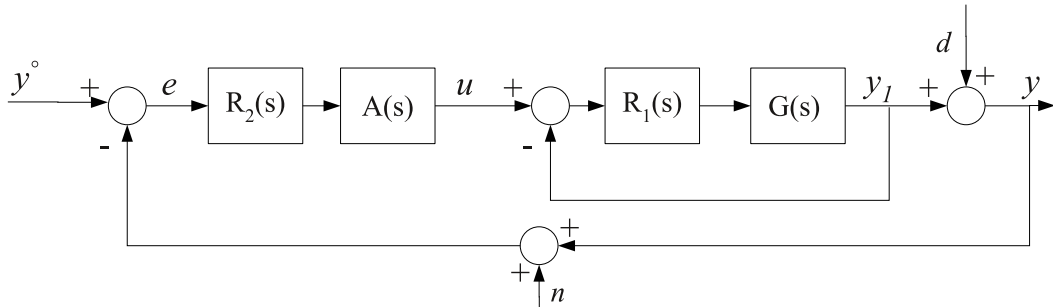


ove una massa  $m = 0.36 [Kg]$  di ferro è sospesa al colmo di un'asta flessibile (di massa trascurabile e lunghezza  $l = \frac{10}{6} [m]$ ) incernierata ad un piano. Tramite gli elettromagneti si può esercitare una coppia  $u(t)$  che agisce sulla massa. Un modello del sistema, che include la coppia torsionale elastica e la coppia di attrito a cui è soggetta l'asta, è dato dall'equazione differenziale

$$ml^2\ddot{x}_1 = mgl(x_1 - x_1^3/6) - 5x_1 - k\dot{x}_1 + u \quad (1)$$

ove  $g \simeq 10 [m/s^2]$  è l'accelerazione di gravità,  $k [Kg \cdot m^2/s]$  è una costante positiva e, come rappresentato in figura,  $x_1 [rad]$  è la posizione angolare della massa rispetto alla verticale.

1. Si ricavi un modello in spazio di stato sistema con ingresso  $u(t)$  ed uscita  $y(t)$  determinata dalla posizione angolare della massa.
2. Assumendo che gli elettromagneti siano spenti, si ricavino gli stati di equilibrio del sistema. Si ricavino le equazioni dei sistemi linearizzati nell'intorno di ogni equilibrio.
3. Al variare di  $k > 0$  si discutano le proprietà di stabilità degli equilibri utilizzando i sistemi linearizzati ricavati al punto 2.
4. Si ricavi la funzione di trasferimento  $G(s)$  del sistema linearizzato ricavato al punto 2 in corrispondenza dello stato di equilibrio nullo.
5. Per  $k = 1$  Si consideri il sistema di controllo in cascata rappresentato in figura ove la



funzione di trasferimento

$$A(s) = \frac{-\frac{s}{20} + 1}{\left(\frac{s}{50} + 1\right)^2}$$

rappresenta un attuatore.

**5.1** Progettare il regolatore *proporzionale*  $R_1(s) = \mu > 0$  in modo che il sistema con ingresso  $u$  ed uscita  $y_1$  abbia un polo nell'origine.

**5.2** Si progettino il regolatore  $R_2(s)$  in modo che:

- (a) vi sia regolazione robusta a zero dell'errore a transitorio esaurito prodotto da  $d(t) = D \sin(\omega t)$ ,  $D \neq 0$ ;
- (b) la banda passante del sistema di controllo complessivo sia almeno pari a  $5 \text{ rad/s}$ ;
- (c) il margine di fase sia almeno pari a  $50^\circ$ ;
- (d) un disturbo  $n(t) = N \sin(\omega t)$ ,  $N \neq 0$  sia attenuato sull'uscita a regime di almeno  $30 \text{ db}$  quando  $\omega \geq 300 \text{ rad/s}$ .

6. Utilizzando il regolatore progettato al punto 5:

- si determini, in via approssimata, il tempo di assestamento della risposta allo scalino del sistema in anello chiuso;
- si determini, in via approssimata, l'ampiezza dell'errore a regime quando  $y^o(t) = 2 \sin(0.5t)$ ,  $t \geq 0$ ;

7. Si discuta l'implementazione digitale del regolatore  $R(s)$  progettato al punto 5.